



Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – 09 februarie 2013

Clasa a X-a

TÉTELEK:

- 1.) Tekintsük az $A = \mathbf{R} - \{2\}$ és $B = \mathbf{R} - \{1\}$ halmazokat és az $f: A \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x}{x-2}$ és $g: B \rightarrow A$, $g(x) = \frac{2x}{x-1}$ függvényeket.
 - a.) Határozd meg az $f \circ g$ és $g \circ f$ függvényeket.
 - b.) Igazold, hogy az f és g függvények bijektívek és határozd meg az inverzüket.
 - c.) Határozd meg az $x \in \mathbf{Z}$ értéket úgy, hogy $f(x) \in \mathbf{N}^*$.
- 2.) Határozd meg az összes 1 modulusú z komplex számot úgy, hogy teljesüljön a $\left| \frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} \right| = 1$ összefüggés.
- 3.) Tekintsük a következő kifejezést $E(x) = \log_x(x-1) + \log_{x-1}x + 2$.
 - a.) Határozd meg az x valós értékeit úgy, hogy a kifejezésnek legyen értelme.
 - b.) Számítsd ki: $E\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.
 - c.) Igazold, hogy $E(x) \geq 0$ bármely $x > 2$ esetén.
- 4.) Adottak a következő valós számok: $u = \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}$ és $v = \sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$
 - a) Határozd meg a $p \in \mathbf{Q}$ értékét úgy, hogy $u = p + \sqrt{3}$ legyen.
 - b) Igazold, hogy $u + v \notin \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$

Notă: a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
b) Toate problemele sunt obligatorii.
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.