

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$  függvény.

**5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvény grafikus képe van aszimptotája  $-\infty$ -ben!

**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény deriválhatósági tartományát!

**5p** c) Határozd meg az  $f$  függvény helyi szélsőérték-pontjait!

2. Adott az  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}, I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx, \forall n \in \mathbb{N}^*$  sorozat.

**5p** a) Számítsd ki az  $I_2$  értékét!

**5p** b) Igazold, hogy  $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$  esetén!

**5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$  határértéket!