EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Legyen A a $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x - y + mz = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$ egyenletrendszer együtthatóinak mátrixa, $m \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p **b)** Határozd meg $m \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy a rendszernek legyen a triviálistól különböző megoldása!

5p **c)** Ha $m = 0$, igazold, hogy a $\dfrac{z_0^2 + y_0^2 + x_0^2}{z_0^2 - y_0^2 - x_0^2}$ kifejezés értéke állandó a rendszer minden (x_0, y_0, z_0) triviálistól különböző megoldása esetén!

2. Adottak az $a, b \in \mathbb{R}$ számok és az $f = X^4 - 4X^3 + 6X^2 + aX + b$ polinom, amelynek gyökei az x_1, x_2, x_3, x_4 komplex számok.

5p **a)** Határozd meg a és b értékét, ha az f polinom egyik gyöke az i komplex szám!

5p **b)** Számítsd ki az $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2$ összeg értékét!

5p **c)** Határozd meg az a és b valós számokat, ha az f polinom minden gyöke valós!