

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$ függvény.

5p a) Határozd meg az f függvény grafikus képehez az $x = 0$ abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét!

5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képe aszimptotáit!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2} f(2) f(3) \dots f(n) \right)^{n^2}$ határértéket!

2. Adott az $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$ sorozat.

5p a) Számítsd ki az I_2 értékét!

5p b) Igazold, hogy $nI_n = (n-1)I_{n-2}, \forall n \geq 3$ esetén!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^n x dx$ határértéket!