

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix és a $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AXA^t = O_2\}$ halmaz,

ahol A^t az A mátrix transzponáltja.

5p a) Ha $X, Y \in G$, igazold, hogy $X + Y \in G$.

5p b) Ha $X \in G$, igazold, hogy az X mátrix elemeinek összege zéró!

5p c) Ha $X \in G$ és $\det X = 0$, igazold, hogy $X^n \in G$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén!

2. Adott az $f = X^4 - 6X^3 + 18X^2 - 30X + 25 \in \mathbb{C}[X]$ polinom.

5p a) Igazold, hogy az f polinom osztható az $X^2 - 2X + 5$ polinommal!

5p b) Igazold, hogy az f polinomnak nincs valós gyöke!

5p c) Igazold, hogy az f polinom gyökei azonos moduluszú komplex számok!