

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a \\ x_3 - x_4 = b \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$
 lineáris egyenletrendszer, ahol $a, b \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Igazold, hogy bármely a és b érték esetén a rendszer kompatibilis!
- 5p** b) Határozd meg $a, b \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy a rendszernek olyan (x_1, x_2, x_3, x_4) megoldása legyen, amelyre x_1, x_2, x_3, x_4 és $x_1 + x_2$ egy számtani haladvány egymásután következő tagjai!
- 5p** c) Ha a rendszernek van olyan megoldása, amelynek minden komponense szigorúan pozitív, igazold, hogy $a + b < 1$.
2. Az $f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1 \in \mathbb{R}[X]$ polinom gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.
- 5p** a) Számítsd ki az $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$ szorzat értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy az f polinomnak nincs egész gyöke!
- 5p** c) Számítsd ki az $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$ összeg értékét!