# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

**II. FELADAT (30p)**

**1.** Adott az $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}\in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix.

5p **a)** Oldd meg a $\det(A-xI_3)=0$ egyenletet!

5p **b)** Ha az $X\in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ mátrix teljesíti az $AX=XA$ egyenlőséget, igazold, hogy létezik $a,b\in\mathbb{C}$ úgy, hogy $X=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{pmatrix}$.

5p **c)** Határozd meg, az $X^3=A$, $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ egyenlet megoldásainak számát!

**2.** Adott a $G=\left\{ f_{a,b}:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \;\middle|\; f_{a,b}(x)=ax+b,\ a\in\mathbb{R}^*,\ b\in\mathbb{R}\right\}$ függvényhalmaz.

5p **a)** Határozd meg az $f_{-1,2}\circ f_{-1,2}$ függvényt, ahol a „$\circ$” művelet a függvények összetétele!

5p **b)** Igazold, hogy a $(G,\circ)$ struktúra csoport!

5p **c)** Igazold, hogy a $G$ csoport végtelen sok másodrendű elemet tartalmaz!