

Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_0 = \sqrt{3}$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$ sorozat.

5p a) Igazold, hogy az $(a_n)_{n \geq 0}$ sorozat szigorúan növekvő!

5p b) Igazold, hogy az $(a_n)_{n \geq 0}$ sorozat konvergens!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n}$ határértéket!

2. Adott az $f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \int_0^x \frac{(\sin t + \cos t) \sin t}{\cos^2 t} dt$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy az f függvény szigorúan növekvő!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x^2}$ határértéket!