

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$ függvény.

- 5p** a) Számítsd ki az $f'(x)$ függvényt, $x \in \mathbb{R}$.
5p b) Határozd meg f függvény értékeinek halmazát!
5p c) Igazold, hogy $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 2$ függvény.

- 5p** a) Számítsd ki az $\int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx$ értékét!
5p b) Számítsd ki az $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 13}{f(x)} dx$ értékét!
5p c) Határozd meg a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_0^{x^2} f(t)e^t dt$ függvény szélsőérték-pontjait!