

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ mátrix és az $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), f(X) = AX$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f(A)$ értékét!

5p b) Igazold, hogy $(f \circ f)(X) = O_2, \forall X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén!

5p c) Igazold, hogy $f(X) + f(Y) \neq I_2, \forall X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén!

2. Adott a $P = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AA^t = I_2\}$ halmaz, ahol A^t az A mátrix transzponáltja.

5p a) Vizsgáld meg, hogy a $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix eleme-e a P halmaznak.

5p b) Igazold, hogy a P halmaz a mátrixok szorzásával egy nem kommutatív csoportot alkot!

5p c) Ha $A, B \in P, X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és $AX = B$, igazold, hogy $X \in P$.