

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \setminus \{1, -1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2-1}$ függvény.

5p

a) Számítsd ki a $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$ határértéket!

5p

b) Igazold, hogy az f függvény grafikus képének van aszimptotája a $+\infty$ -ben!

5p

c) Igazold, hogy az f függvénynek egyetlen helyi szélsőérték-pontja van!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2$ függvény.

5p

a) Számítsd ki az $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ értéket!

5p

b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt$ határértéket!

5p

c) Igazold, hogy: $\int_0^1 \cos(x^2) dx \geq \frac{9}{10}$.