

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott a  $\sigma \in S_6$ ,  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$  permutáció.

5p a) Határozd meg a  $\sigma^{-1}$  permutációt!

5p b) Igazold, hogy a  $\sigma$  és a  $\sigma^{-1}$  permutációk inverzióinak száma megegyezik!

5p c) Igazold, hogy az  $x^4 = \sigma$  egyenletnek az  $(S_6, \cdot)$  csoportban nincs megoldása!

2.  $\mathbb{R}$ -en értelmezzük a „ $\circ$ ” műveletet a következőképpen:  $x \circ y = xy - x - y + 2$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $(1, \infty)$  zárt részhalmaz a „ $\circ$ ” műveletre vonatkozóan!

5p b) Igazold, hogy  $f(xy) = f(x) \circ f(y)$  bármely  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén!

5p c) Ha a „ $\circ$ ” művelet asszociatív, oldd meg az  $\mathbb{R}$  halmazon az  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{10 \text{ darab } x} = 1025$  egyenletet!