

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 18x^2 - \ln x$  függvény.

**5p** a) Határozd meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!

**5p** b) Határozd meg azokat az  $a \in \mathbb{R}$  értékeket, amelyekre  $f(x) \geq a$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$  esetén!

**5p** c) Határozd meg az  $f(x) = m$  egyenlet gyökeinek számát az  $m$  valós paraméter függvényében!

2. Adottak az  $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_a(x) = \frac{1}{|x-a|+3}$  függvények, ahol  $a \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Igazold, hogy az  $f_a$  függvénynek van szigorúan növekvő primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en, bármely  $a \in \mathbb{R}$  esetén!

**5p** b) Számítsd ki  $\int_0^3 f_2(x) dx$  értékét!

**5p** c) Számítsd ki a  $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 f_a(x) dx$  határértéket!