

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.

5p a) Igazold, hogy $AB \neq BA$.

5p b) Igazold, hogy $A^4 + B^6 = 2I_2$.

5p c) Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén $(AB)^n \neq I_2$.

2. Adott az $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, $\forall n \geq 1$ sorozat

és a $P, Q_n \in \mathbb{Z}[X]$, $P = X^2 - X - 1$, $Q_n = X^n - F_n X - F_{n-1}$, $\forall n \geq 2$ polinomok.

5p a) Igazold, hogy az $X^3 - 2X - 1$ polinom osztható a P polinommal!

5p b) Határozd meg a Q_3 polinom valós gyökeit!

5p c) Igazold, hogy bármely $n \geq 2$ esetén a Q_n polinom osztható a P polinommal!