

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ x^3, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy $|f(x)| \leq |x|$, $\forall x \in [-1, 1]$ esetén!

5p b) Igazold, hogy az f függvény folytonos az origóban!

5p c) Igazold, hogy az f függvény nem deriválható az origóban!

2. Adottak az $a, b \in \mathbb{R}$ számok és az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} axe^x - x, & x \leq 0 \\ x \cos x + b, & x > 0 \end{cases}$ függvény.

5p a) Határozd meg az a és b értékeket, tudva, hogy az f függvény egy függvénynek a primitív függvénye az \mathbb{R} -en!

5p b) Számítsd ki $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$ értékét, ha $a = 0$ és $b = 0$.

5p c) Ha $b = 0$, igazold, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi} x^n f(x) dx = -\infty$.