# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

**II. FELADAT (30p)**

**1.** Adottak az $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ és a $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixok, valamint az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\det(AA^t+xB)$ függvény.

**5p** **a)** Számítsd ki az $AA^t$ mátrixot!

**5p** **b)** Igazold, hogy $f(0)\geq 0$ .

**5p** **c)** Igazold, hogy létezik $m,n\in\mathbb{R}$ úgy, hogy $f(x)=mx+n$ , bármely $x\in\mathbb{R}$ esetén!

**2.** Adott a $G=\{\cos q\pi + i\sin q\pi \mid q\in\mathbb{Q}\}$ komplex számokból álló halmaz.

**5p** **a)** Igazold, hogy $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\in G$ .

**5p** **b)** Igazold, hogy a $G$ zárt részhalmaza a $\mathbb{C}$ halmaznak a komplex számok szorzására vonatkozóan!

**5p** **c)** Igazold, hogy az $f=X^6-1\in\mathbb{C}[X]$ polinom minden gyöke a $G$ halmazban van!