

**Ministerul Educatiei, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  függvény.

5p a) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének aszimptotáit!

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képének inflexiós pontjait!

5p c) Számítsd ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (f(x+1) - f(x))$  határértéket!

2. Adott az  $(I_n)_{n \geq 1}, I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} t g^{2n} t dt, n \in \mathbb{N}^*$  sorozat.

5p a) Számítsd ki az  $I_1$  értékét!

5p b) Igazold, hogy az  $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{2n+1}$ , bármely  $n \in \mathbb{N}^*$  esetén!

5p c) Igazold, hogy az  $(I_n)_{n \geq 1}$  sorozat konvergens és határértéke zéró!