

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x - y + z = m \\ nx + y - 2z = 4 \end{cases}$$
 lineáris egyenletrendszer, $m, n \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg m és n azon értékeit, amelyekre a rendszer megoldása $x_0 = 2, y_0 = 2, z_0 = 1$.

5p b) Határozd meg az $n \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy a rendszernek egyetlen megoldása legyen!

5p c) Határozd meg m és n értékeit úgy, hogy a rendszer kompatibilis és határozatlan legyen!

2. Adott a $G = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & a & b \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_3 \right\}$ halmaz.

5p a) Határozd meg a G halmaz elemeinek számát!

5p b) Igazold, hogy a G halmaz az $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_3)$ halmazbeli mátrixok szorzásával csoportot alkot!

5p c) Igazold, hogy a $X^3 = I_3$, bármely $X \in G$ esetén!