

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

1. Adott $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ mátrix esetén A^t jelöli az A mátrix transzponáltját.

5p a) Igazold, hogy $\forall z \in \mathbb{C}$ és $\forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ esetén $\det(zX) = z^3 \det(X)$.

5p b) Igazold, hogy $\det(A - A^t) = 0$.

5p c) Ha $A \neq A^t$, igazold, hogy $\text{rang}(A - A^t) = 2$.

2. Adott az $f \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 - 5X^2 + 4$ polinom.

5p a) Határozd meg az f polinom gyökeit!

5p b) Határozd meg azt a $h \in \mathbb{Q}[X]$ polinomot, amelyre $h(0) = 1$ és gyökei megegyeznek az f polinom gyökeinek inverzeivel!

5p c) Ha g egy olyan egész együtthatós polinom, amelyre $g(-2) = g(-1) = g(1) = g(2) = 2$, igazold, hogy a $g(x) = 0$ egyenletnek nincs egész megoldása!