

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 5}{\sqrt{x^2 + 1}}$, függvény, ahol $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki: $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Ha $a = 0$, határozd meg az f függvény grafikus képének aszimptotáját a $+\infty$ -ben!

5p c) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ azon értékeit,
amelyekre az f függvénynek három helyi szélsőérték-pontja van!

2. Adott az $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $\int_{-1}^1 x \sqrt{1 - x^2} dx$ értékét!

5p b) Számítsd ki az f függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásával
származtatott forgástest térfogatát!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n f(x) dx$ határértéket!