**II. FELADAT (30p)**

**1.** Adott az $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és az $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p **a)** Határozd meg az $A^2$ mátrixot, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p **b)** Igazold, hogy $A^3 = 4A^2 - 5A + 2I_3$, ahol $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p **c)** Határozd meg az $m, n, p$ valós számokat, ha $A^{-1} = mA^2 + nA + pI_3$, ahol $A^{-1}$ az $A$ mátrix inverze!

**2.** Adottak az $x_1, x_2, x_3$ valós számok, amelyekre teljesülnek az
$x_1 + x_2 + x_3 = 2$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{1}{2}$; $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -2$ egyenlőségek.

5p **a)** Számítsd ki az $x_1x_2x_3$ szorzatot!

5p **b)** Határozd meg $a, b, c \in \mathbb{R}$ számokat úgy, hogy $x_1, x_2, x_3$ az $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ egyenlet gyökei legyenek!

5p **c)** Bontsd fel az $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 4$ polinomot irreducibilis tényezők szorzatára az $\mathbb{R}[X]$ halmazban!