

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ halmaz és az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy $I_2 \in M$.

5p b) Ha $A, B \in M$ igazold, hogy $A + B \in M$.

5p c) Igazold, hogy $\det(AB - BA) \geq 0$, bármely $A, B \in M$ esetén!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = -xy + 2x + 2y - 2$ műveletet.

5p a) Oldd meg a valós számok halmazán az $x * 4 = 10$ egyenletet!

5p b) Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot úgy, hogy teljesüljön az $x * a = a * x = a$ egyenlőség bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Számítsd ki az $\frac{1}{2009} * \frac{2}{2009} * \dots * \frac{4018}{2009}$ értékét, ha tudjuk, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!