II. FELADAT (30p)

1. Adott az $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és az $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mátrix az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazban. Jelölje A^t az A mátrix transzponáltját.

5p **a)** Ha $ad = 4$ és $bc = 3$, számítsd ki $\det(A)$ értékét!

5p **b)** Számítsd ki az $A \cdot A^t$ mátrixszorzatot!

5p **c)** Igazold, hogy ha az $A \cdot A^t$ mátrix elemeinek összege 0, akkor $\det(A) = 0$.

2. Adott az $f = X^4 + 2X^3 + aX^2 + bX + c \in \mathbb{R}[X]$ polinom, amelynek gyökei x_1, x_2, x_3, x_4.

5p **a)** Számítsd ki az $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ összeget!

5p **b)** Ha $a = -1$, $b = -2$ és $c = 0$, számítsd ki az f polinom gyökeit!

5p **c)** Ha az f polinom gyökei számtani haladványt alkotnak, igazold, hogy $b = a - 1$.