II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $X=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ és $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ mátrixok. Legyen $A=X\cdot Y^t$ és $B(a)=aA+I_3$, ahol $a\in\mathbb{R}$ és Y^t az Y mátrix transzponáltja.

5p **a)** Igazold, hogy $A=\begin{pmatrix}1&2&-3\\2&4&-6\\3&6&-9\end{pmatrix}$.

5p **b)** Számítsd ki az A mátrix determinánsát!

5p **c)** Igazold, hogy a $B(a)$ mátrix invertálható, bármely $a\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{4}\right\}$ esetén!

2. Adottak az $f,g\in\mathbb{Z}_5[X]$, $f=(\hat{3}a+\hat{3}b)X^2+\hat{2}X+\hat{2}a+\hat{3}b$ és $g=\hat{2}X^2+\hat{2}X+\hat{3}a+\hat{2}b$ polinomok.

5p **a)** Határozd meg az $a,b\in\mathbb{Z}_5$ értékét úgy, hogy a két polinom egyenlő legyen!

5p **b)** Számítsd ki az $f(\hat{0})+f(\hat{1})+f(\hat{2})+f(\hat{3})+f(\hat{4})$ összeget, ha $a=b=\hat{2}$.

5p **c)** Oldd meg a $\mathbb{Z}_5$ halmazban az $f(x)=\hat{0}$ egyenletet, ha $a=b=\hat{2}$.