II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrix. Legyen $A^n=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{n-szer}$.

5p **a)** Számítsd ki az A^2+A mátrixot!

5p **b)** Oldd meg a $\det\left(A^n\right)=2\cdot5^n-125$ egyenletet, ha ismert, hogy $A^n=\begin{pmatrix}5^n & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $\forall n\in\mathbb{N},\ n\geq 2.$

5p **c)** Határozd meg a $B=A+A^2+\ldots+A^{2009}$ mátrix transzponáltját!

2. Adott az $f=X^4+mX^2+n$ polinom, $m,n\in\mathbb{R}.$ A polinom gyökei x_1,x_2,x_3,x_4.

5p **a)** Határozd meg $m,n\in\mathbb{R}$ értékeket, ha $x_1=0$ és $x_2=1$ az f polinom gyökei!

5p **b)** Határozd meg az $m\in\mathbb{R}$ értékét úgy, hogy a polinom gyökeire teljesüljön az $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=2$ összefüggés!

5p **c)** Bontsd fel az f polinomot irreducibilis tényezők szorzatára az $\mathbb{R}[X]$ halmazon, ha $m=1$ és $n=1$.