

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$  halmazban adott az  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  és az  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix.

5p a) Határozd meg az  $a, b$  és  $c$  számokat úgy, hogy  $A + F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

5p b) Igazold, hogy az  $a = c = 0$  és  $b = -1$  értékekre az  $A$  mátrix az  $F$  mátrix inverze!

5p c) Oldd meg az  $F \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  egyenletet, ahol  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ .

2. Az  $\mathbb{R}$  halmazon értelmezzük az  $x * y = 2xy - x - y + 1$  műveletet.

5p a) Bizonyítsd be, hogy  $x * y = xy + (1 - x)(1 - y)$ , bármely  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5p b) Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!

5p c) Oldd meg a valós számok halmazán az  $x * (1 - x) = 0$  egyenletet!