

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \sqrt{x}$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki  $f'(x)$ -et, ha  $x \in (0, +\infty)$ .

**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  függvény növekvő a  $(0, +\infty)$  intervallumon!

**5p** c) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képén található azon pont koordinátáit, amelyben a grafikus képhez húzott érintő irányítányezője  $\frac{3}{2}$ .

2. Adott az  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$  függvény.

**5p** a) Igazold, hogy  $\int (x+1)(x+2) f(x) dx = x^2 + 3x + C$ , ha  $x \geq 0$ .

**5p** b) Számítsd ki az  $\int_0^1 f(x) dx$  értékét!

**5p** c) Számítsd ki a  $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x) - f(x+1) - \frac{1}{x+1}$  függvény grafikus képének  $Ox$  koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!