

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \begin{pmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x és y valós számok. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük az $A(1,2)$, $B(0,3)$, $O(0,0)$ és $C_n(n+1, 2-n)$ pontokat, ahol $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Számítsd ki az M mátrix determinánsát!

5p b) Igazold, hogy az A, B és C_2 pontok kollineárisak!

5p c) Határozd meg az n nullától különböző természetes számot úgy, hogy az AOC_n háromszög területe minimális legyen!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \perp y = (x-3)(y-3) + 3$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $(x+3) \perp \left(\frac{1}{x} + 3\right) = 4$, bármely $x \in \mathbb{R}^*$ esetén!

5p b) Igazold, hogy $e = 4$ semleges elem a „ \perp ” műveletre nézve!

5p c) Határozd meg az \mathbb{R} halmaz invertálható elemeit a „ \perp ” műveletre nézve!