

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ határértéket!

5p c) Határozd meg az f függvény grafikonjának a vízszintes aszimptotájának egyenletét a $+\infty$ felé!

2. Adott az $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x) dx$ értékét!

5p b) Számítsd ki a $h: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x)$ függvény grafikus képének Ox koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!

5p c) Igazold, hogy ha $a > 0$, akkor $\frac{1}{a+2} \leq \int_a^{a+1} f(x) dx \leq \frac{1}{a+1}$.