

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ és az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy $A^2 = 2I_2$, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Határozd meg az x valós számot úgy, hogy $\det(A - xI_2) = 0$ legyen.

5p c) Igazold, hogy $A^4 \cdot X = X \cdot A^4$, bármely $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ esetén. ahol $A^4 = A \cdot A \cdot A \cdot A$.

2. Adott a $G = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 2b^2 = 1\}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy $3 + 2\sqrt{2} \in G$.

5p b) Igazold, hogy $x \cdot y \in G$, bármely $x, y \in G$ esetén!

5p c) Igazold, hogy a G halmaz bármely elemének van inverze a G halmazban a valós számok szorzására nézve!