

III. FELADAT (30p)

1. Adottak az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ és $g(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ függvények.

5p **a)** Számítsd ki az $f'(x) - g'(x)$ különbséget, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ határértéket!

5p **c)** Bizonyítsd be, hogy $f(x) \geq 0$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén!

2. Adottak az $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x-1}{x}$ és $F(x) = e^x + x - \ln x$ függvények.

5p **a)** Igazold, hogy az F függvény az f függvénynek egy primitív függvénye!

5p **b)** Számítsd ki az $\int_1^2 x(F(x) - x + \ln x) dx$ értékét!

5p **c)** Határozd meg a m valós paramétert úgy, hogy az f függvény grafikus képe, az Ox koordinátatengely, valamint az $x=1$ és $x=e$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $e^m - 2$ legyen!