

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

- 5p** 1. Adott a $G = \left\{ A = \begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 = 1 \right\}$ halmaz.
- 5p** a) Vizsgáld meg, hogy az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és az $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok elemei-e a G halmaznak!
- 5p** b) Határozd meg a $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ mátrixot, ha $\begin{pmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{pmatrix} = aI_2 + bB$, bármely $a, b \in \mathbb{Z}$ esetén!
- c) Igazold, hogy a G halmaz bármely mátrixának az inverze is a G halmaz eleme!
2. Adott az $f = X^3 + aX^2 - 5X + 14$ racionális együtthatójú polinom és az $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$ összeg, ahol $n \in \mathbb{N}^*$ és x_1, x_2, x_3 az f polinom gyökei.
- 5p** a) Határozd meg az a racionális számot úgy, hogy az f polinomnak az egyik gyöke $x_1 = -2$ legyen!
- 5p** b) Oldd meg az $f(x) = 0$ egyenletet, ha $a = -4$.
- 5p** c) Igazold az $S_3 + 42 = 4S_2 + 5S_1$ egyenlőséget, ha $a = -4$.