

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok és a $G = \{X(a) \mid a \in \mathbb{R} \text{ és } X(a) = I_2 + aA\}$ halmaz.

5p a) Igazold, hogy I_2 eleme a G halmaznak!

5p b) Igazold, hogy $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 5ab)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

5p c) Igazold, hogy $a \neq -\frac{1}{5}$ esetén az $X(a)$ mátrix inverze az $X\left(\frac{-a}{1+5a}\right)$ mátrix!

2. Adottak az $f, g \in \mathbb{Z}_5[X]$, $f = \hat{3}X^3 + \hat{4}X^2 + \hat{3}X + 2$ és $g = X^2 + \hat{2}X$ polinomok.

5p a) Számítsd ki $f(\hat{1}) \cdot g(\hat{0})$.

5p b) Igazold, hogy $f = (\hat{3}X + \hat{3}) \cdot g + \hat{2}X + \hat{2}$.

5p c) Határozd meg az f polinom \mathbb{Z}_5 halmazban levő gyökeinek számát!