

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in \mathbb{R}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Jelölje $A^2 = A \cdot A$.

5p a) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $\det(A) = 0$.

5p b) Igazold az $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$ egyenlőséget!

5p c) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $A^2 = 2A$.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy - 2(x+y) + 6$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x \circ y = (x-2)(y-2) + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Igazold, hogy $x \circ 2 = 2$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Számítsd ki az $E = (-2009) \circ (-2008) \circ \dots \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ \dots \circ 2008 \circ 2009$ kifejezést, ha a „ \circ ” művelet asszociatív.