

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x$ függvény.

5p a) Számítsd ki az $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Igazold, hogy az f függvény növekvő \mathbb{R} -en!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^3}$ határértéket!

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-2}, & x \in (-\infty, 1] \\ \ln x - 2, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy az f függvénynek van primitív függvénye \mathbb{R} -en!

5p b) Számítsd ki az $\int_0^1 (x-2)f(x)dx$ értékét!

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_1^x (f(t) + 2) dt$ határértéket!