

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(1)$ -et!

5p b) Határozd meg az f függvény konkavitási és konvexitási intervallumait!

5p c) Igazold, hogy $f(x) \geq 0$, bármely $x \geq -\frac{1}{2}$ esetén!

2. Adottak az $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ és $g(x) = e^{1-x}$ függvények.

5p a) Számítsd ki az f függvény primitív függvényeinek halmazát!

5p b) Határozd meg a $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x \cdot f(x)$ függvény grafikus képe, az Ox koordinátatengely, valamint az $x = 0$ és $x = 1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét!

5p c) Igazold, hogy $\int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx \geq 0$.