

II. FELADAT (30p)

1. Adott az
$$\begin{cases} mx + y + z = m^2 - 3 \\ 5x - 2y + z = -2 \\ (m+1)x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$
 egyenletrendszer, ahol m valós paraméter.

5p a) Határozd meg az $m \in \mathbb{R}$ értékét, ha
$$\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \\ m+1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -12.$$

5p b) Határozd meg az $m \in \mathbb{R}$ értékét, ha $(1, 2, -3)$ megoldása az egyenletrendszernek.

5p c) Oldd meg az egyenletrendszert $m = -1$ esetén!

2. Az $f = X^3 - 9X^2 - X + 9$ polinom gyökei $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg az f polinomnak az $X^2 - 1$ polinommal való osztási maradékát és hányadosát!

5p b) Igazold, hogy $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$.

5p c) Oldd meg a valós számok halmazán az $f(3^x) = 0$ egyenletet!