

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok, valamint a  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X\}$  halmaz, ahol  $X^2 = X \cdot X$ .

5p a) Igazold, hogy  $A \in G$ .

5p b) Számítsd ki a  $\det(A^3 - 2A^2 + A)$  determinánst, ahol  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .

5p c) Igazold, hogy  $(2X - I_2)^2 = I_2$ , bármely  $X \in G$  esetén!

2. A valós számok halmazán értelmezzük a  $x * y = xy - \sqrt{2009}(x + y) + 2009 + \sqrt{2009}$  műveletet.

5p a) Igazold, hogy  $x * y = (x - \sqrt{2009})(y - \sqrt{2009}) + \sqrt{2009}$ , bármely  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén!

5p b) Határozd meg a semleges elemet „\*” műveletre nézve!

5p c) Számítsd ki:  $(-\sqrt{2009}) * (-\sqrt{2008}) * \dots * 0 * \dots * (\sqrt{2008}) * (\sqrt{2009})$ , ha a „\*” művelet asszociatív.